¡Hagan sus apuestas!

Cuando las matemáticas se implican

¡Hagan sus apuestas!

?/¿

¿Azar, ha dicho azar?

Juega a cara o cruz. Su adversario gana tres veces seguidas. ¿Raro? ¡Diez veces! ¿Sospechoso?

Se cruza con a un vecino en China. ¿Sorprendente?

Cinco aviones se estrellan en un mes. ¿Anula su viaje?

¿Cuándo hablar de simple coincidencia?

Por el contrario ¿cuándo ponerse a buscar una explicación?

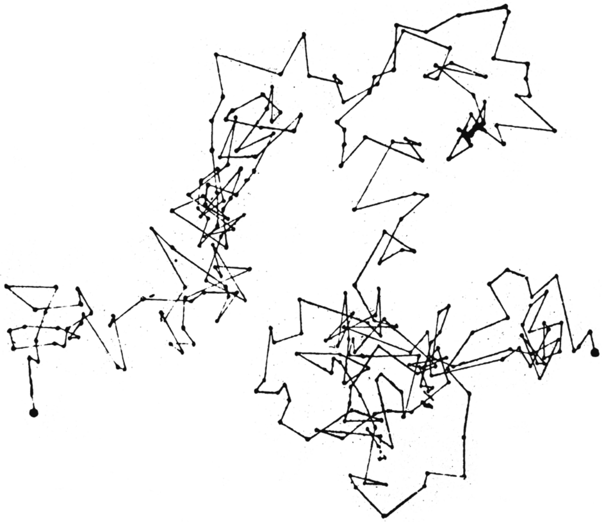
El azar no siempre es imprevisibilidad. Las matemáticas pueden formular leyes que gobiernan los fenómenos aleatorios. De este modo corrigen nuestra intuición y nos evitan caer en la superstición… ¿Sabía que es habitual que una clase cuente con dos alumnos que tengan la misma fecha de cumpleaños? ¿Qué las previsiones del tiempo pueden ser inciertas a quince días mientras que la evolución del clima a quince años es previsible?

Esta exposición le interroga sobre su percepción del azar y le ofrece claves para comprenderlo mejor.

Ahora diviértase y…
¡haga sus apuestas!

!/¡

Cuando las matemáticas se implican



El "movimiento browniano" es perfectamente aleatorio: en cada instante, el punto toma cualquier dirección. En particular, modeliza el desplazamiento de una partícula sobre el agua, cuya observación histórica vemos aquí por Jean Perrin.

Tres programas informáticos

"Caminata del borracho": en cada etapa, el punto tiene el mismo número de probabilidades de ir a cada una de las cuatro casillas vecinas.

"Decrecimiento exponencial": en cada etapa, cada casilla blanca (llena) tiene una probabilidad sobre dos de vaciarse.

"Un triángulo de Sierpinski aleatorio": en cada etapa, se añade el medio entre el último punto obtenido y uno de los tres vértices del triángulo, seleccionado al azar.

Una repartición aleatoria de blancos y de negros se visualiza regularmente. ¿Ésta es la imagen que tiene usted del azar?

Tres programas informáticos

Probabilidades

?/¿

Lancemos un dado.

Tiene una probabilidad sobre 6 de sacar un 4, y una probabilidad sobre 2 de sacar un número par. Para calcular estas probabilidades, dividimos el número de casos favorables (lo que esperamos) por el número de posibilidades.

¿Y si el dado está cargado para que caiga más a menudo sobre una cara? Ya no hay **equiprobabilidad** y es necesario adaptar el método.

Otra noción esencial: la independencia.

Que un dado saque un 6 no influye en nada en el siguiente lanzamiento. Mientras que poseer o no el permiso de conducir no es independiente del lugar de residencia...

A veces, las probabilidades se evalúan gracias a la experiencia. El número de casos examinados debe ser grande. Si un ascensor se avería 5 veces en diez años, cada año tiene aproximadamente una probabilidad sobre 2 de averiarse.

!/¡

Probabilidades

El segundo siempre es el primero

El jugador 1 elige un dado. El jugador 2 elige otro entre los tres restantes. **¡Lance los dados!** El jugador que obtiene el mayor número gana un punto. **¡Vuelva a comenzar!**

Cualquiera que sea el dado elegido por el jugador 1, el jugador 2 siempre puede elegir un dado con el cual tiene más probabilidades de ganar.

Intente comprender por qué.

Dado azul contra dado amarillo: si el dado azul cae en 5, gana; si cae en 1, gana 2 veces sobre 6; globalmente, gana más a menudo que pierde.

Del mismo modo, se puede mostrar que el dado amarillo gana al dado verde; el dado verde gana al dado rojo; ¡el dado rojo gana al dado azul!

¡Razón de más para desafiar la intuición!

Estos dados fueron inventados por el estadístico americano Bradley Efron (nacido en 1938).

El segundo siempre es el primero

La serpiente de dados

Lance todos los dados, luego **alinéelos** en forma de serpiente. Lea el número visible en el primer dado. **Avance** esa cantidad de dados. **Lea** el número al cual llegó. **Avance** de nuevo esa cantidad de dados. **Siga** hasta que ya no queden suficientes dados para efectuar su desplazamiento. **Retire** los dados restantes.

Tome ahora el primer dado de la fila (y solamente ese), **láncelo**, **vuelva** a colocarlo en su sitio, y recomience el recorrido igual que antes.

¿Qué observa?

¿Termina en el mismo lugar dos veces?

En realidad, durante el segundo recorrido, basta con caer al menos una vez en un dado encontrado durante el primer recorrido para que la continuación se desarrolle de forma idéntica.

Por lo tanto, hay más de una probabilidad sobre 6 (lo que se pensaría primero) de caer en el mismo lugar.

La serpiente de dados

Los dados rojos

Lance todos los dados al mismo tiempo. Ordene todos aquellos que muestran una cara roja en la primera columna. **Lance** los dados restantes. **Ordene** los rojos en la segunda columna. Repita el gesto hasta agotar los dados.

¿Qué observa?

Un núcleo radioactivo tiene una determinada probabilidad de desintegrarse, siempre igual en cada momento. La mitad de los núcleos se desintegrará en un lapso de tiempo determinado. Se necesitará aproximadamente el mismo lapso de tiempo para desintegrar la mitad de los núcleos restantes. Y así sucesivamente: mientras menor sea el número de núcleos, más lento será el decrecimiento.

Es "exponencial", como nuestros dados.

Los dados rojos

1 sobre 10.000

Este tubo de vidrio contiene 10.000 bolas.

9.999 son azules; sólo una es blanca.

¿Cree que tiene alguna probabilidad de percibirla?

Gire suavemente el tubo y busque.

Como comparación, **tiene una probabilidad sobre... 19 millones** de ganar el gordo de la lotería.

1 sobre 10.000

Formas en la niebla

Coloque la placa sobre el motivo aleatorio de tal modo que superponga exactamente los bordes rojos.

Aparece una forma.

Gire la placa media vuelta, descubrirá otra forma.

Una de estas placas está cubierta aleatoriamente con casillas negras o transparentes. En la segunda, se oscurecen las casillas de la zona del dibujo oculto que corresponde a las casillas transparentes de la primera placa.

El motivo obtenido también parece aleatorio. Pero al superponer las placas, el dibujo resulta en negro.

Los matemáticos israelíes Moni Naor y Adi Shamir inventaron la "criptografía visual" en 1994.

Formas en la niebla

Mensaje secreto

Gire la placa agujereada hasta que las letras visibles formen una frase que tenga un sentido.

¡No es tan fácil!

Gírela de nuevo.

¿Cuántas frases encuentra?

Este experimento, al igual que su vecino "Formas en la niebla", le permite descubrir una de las utilidades prácticas del azar: **¡generar la confusión!**

Por lo tanto interviene en métodos de codificación clásicos o actuales.

Identificar un motivo entre signos colocados al azar no resulta para nada fácil.

Este sistema de rejillas es una variante de la "rejilla de Sandorf", descrita en la novela de Julio Verne Mathias Sandorf."

Mensaje secreto

La ruleta

Usted dispone de fichas.

Haga una “doble apuesta”: un peón sobre el rojo o el negro, otro sobre par o impar.

Haga girar la ruleta. ¿Obtuvo el color y la paridad elegidos?

¿Todas las dobles apuestas son equivalentes?

Existe la misma probabilidad de obtener rojo y negro, par o impar. Es inferior al 50% debido al 0 y al 00.

Pero en cuanto a las dobles apuestas, ¡éstas no son equivalentes! Por ejemplo, hay más casillas que verifican “negro y par” que “negro e impar”.

Una cosa está segura: ¡el casino siempre gana al final!

La ruleta

Coleccionista de números

Coloque todos los cuadrados numerados arriba.

Lance el dado.

Baje un cuadrado en cuanto obtenga la cifra inscrita encima por primera vez.

¿Cuántos lanzamientos son necesarios para que todos los cuadrados estén abajo?

Las últimas viñetas de una colección parecen cada vez más difíciles de obtener, como si fuera más raras. La explicación es simple: mientras más viñetas se tengan, mayor será la probabilidad de caer sobre un doble.

Del mismo modo, aquí, el último número es largo de obtener: 15 lanzamientos en promedio para tenerlos todos.

Los matemáticos llaman a esta situación “el problema del coleccionista de viñetas”.

Coleccionista de números

Dados cargados

Aquí tenemos dos pares de dados, uno rojo y otro negro. En cada par, un dado está cargado.

¿Puede identificarlo sólo lanzando varias veces los dados?

Si lanza 6 veces un dado equilibrado normalmente, ¡es muy poco probable que caiga sobre cada una de sus 6 caras!

Identificar rápidamente un dado cargado es por lo tanto difícil. Sólo un gran número de lanzamientos revelará la superchería.

Dados cargados

Minipoly

Las reglas son simples: **lance** el dado y **avance** el peón el número de casillas que le indique. Juegue un momento.

¿Sobre qué casilla cae generalmente: Champs-Élysées o la cárcel?

Para saberlo, cuente con los ábacos.

Lo mismo ocurre en un verdadero Monopoly, no todas las casillas tienen la misma probabilidad de alcanzarse.

Esto se debe esencialmente a la casilla "Vaya a la prisión".

Minipoly

¡No en los mismos colores!

Sacuda bien la caja.

Observe los fondos sobre los cuales se colocan las bolas.

¿Puede lograr que ninguna bola esté sobre su propio color?

Para 2 bolas y 2 colores, sólo son posibles dos posiciones: por lo tanto existe una probabilidad sobre 2 para que al menos una bola (en realidad ambas) esté sobre su color. Para 3 bolas y 3 colores, la probabilidad pasa a 2 probabilidades sobre 3.

Y cuanto más aumente el número de bolas, la probabilidad será más cercana a un valor ligeramente por debajo de 2/3.

¡No en los mismos colores!

Los dados de Sicherman

¿Cuáles son las distintas sumas que puede obtener lanzando estos dos dados?

¿Algunas son más probables que otras?

Compare estas probabilidades con las de dos dados clásicos.

Al lanzar estos dos dados, se pueden obtener todos los valores de 2 a 12, al igual que los dados clásicos. Más sorprendente aún: la probabilidad de obtener cada uno de estos valores también es la misma con estos últimos. **Verifique con la ayuda de los cuadros.**

Estos dados inventados por **George Sicherman** son los únicos en poseer esta propiedad.

Los dados de Sicherman

Azul, amarillo, verde

Ponga los contadores en cero (todos los anillos a la izquierda). Lance los dados. Si las dos caras son azules, deslice un aro azul hacia la derecha. Si las dos caras son amarillas, un aro amarillo. Si los dos son colores diferentes, un aro verde.

Vuelva a comenzar varias veces.

¿Los tres contadores progresan a la misma velocidad?

¡El contador verde avanza más o menos dos veces más rápido! **¿Por qué?**

Mire este cuadro: el verde aparece dos veces más a menudo que cada uno de los dos colores restantes.

		Dado 1	
		Azul	Amarillo
Dado 2	Azul	Azul	Verde
	Amarillo	Verde	Amarillo

Azul, amarillo, verde

Probabilidades

« Un lanzamiento de dados nunca suprimirá el azar »

Stéphane Mallarmé

Probabilidades

Probabilidades

« La lotería es un impuesto a la gente que no comprende las Probabilidades »

Anónimo

Probabilidades

Ley de los grandes números

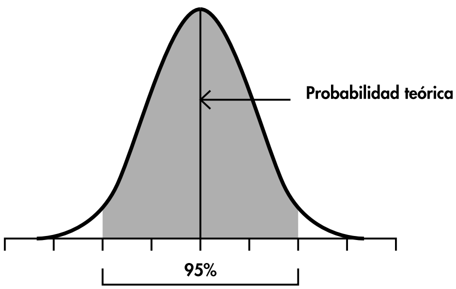
?/¿

El resultado del lanzamiento de una moneda es imprevisible.

¡Pero no el de 1.000 lanzamientos! Aproximadamente el 50% de “caras”, es lo que dicta el sentido común... y la “ley de los grandes números”.

Ésta afirma que al repetir un gran número de veces un experimento aleatorio, la frecuencia de aparición de un acontecimiento se acerca siempre a su probabilidad teórica de ocurrir.

El “teorema central límite” permite decir más concretamente hasta qué punto es o no probable alejarse de la probabilidad teórica cuando el número de lanzamientos es muy grande. Para decirlo de modo sencillo: si el porcentaje de “caras” obtenido se aleja exageradamente del 50% esperado, la moneda utilizada es muy sospechosa.



La frecuencia observada tiene un 95% de probabilidades de encontrarse en este intervalo.

Teorema central límite: la diferencia entre la probabilidad teórica y la frecuencia observada sigue una ley normal, a menudo llamada la “curva en campana”.

!/¡

Ley de los grandes números

¡Rompa el código!

En esta pantalla puede leer un texto codificado.

Intente adivinar por qué letra remplazar cada letra codificada, y **escríbala** debajo. Para ello **utilice** el teclado y las flechas.

Astucias: **comience** por las palabras cortas; la letra codificada más frecuente corresponde quizá a la que aparece con más frecuencia en un texto en francés...

Un "análisis de frecuencia" permite descifrar un mensaje, siempre y cuando cada letra siempre esté codificada de la misma manera.

Utiliza los conocimientos estadísticos que se tienen sobre la lengua utilizada: frecuencia de cada letra, de cada grupo de dos letras (digrama) o de tres letras, palabras más frecuentes, etc.

¡Rompa el código!

El tablero de Galton

Tome una bola y colóquela en el agujero.

Siga su trayectoria.

Vuelva a comenzar. ¿Las bolas tienen las mismas probabilidades de caer en cada en una de las casillas? ¿Cuánto caminos conducen a la casilla situada más a la derecha? ¿Y a la casilla de al lado?

Cuando ya no haya más bolas disponibles, pulse las dos palancas.

Lanzar muchas bolas permite experimentar la ley de los grandes números verificando que el resultado siempre se acerca a una misma **"curva en campana"**. Ésta es omnipresente en las estadísticas.

Para saber más sobre el recuento de caminos que conducen a una casilla, vea el triángulo de Pascal.

El estadístico inglés sir Francis Galton (1822-1911) fue quien imaginó el tablero de Galton.

El tablero de Galton

Números en primera plana

He aquí dos páginas de diarios. En ellas vemos números. En la página de la izquierda, **coloque** un peón rojo sobre los que comienzan por uno 1 y un peón amarillo sobre los que comienzan por un 2. En la página de la derecha, **coloque** un peón rojo sobre los números que comienzan por un 1 y un peón amarillo sobre los que comienzan por un 9.

¿Hay tantos peones rojos como peones amarillos? ¿Y tantos peones amarillos a la izquierda como a la derecha?

Este fenómeno es conocido por los matemáticos bajo el nombre de ley de Benford.

La ley de Benford desafía la intuición: en los números utilizados en la práctica, una cifra pequeña es cada vez más frecuente en la primera posición que una mayor que ella. Una de las explicaciones más simples se aplica a las cimas de los Alpes: para las altitudes superiores a 1.000 metros, sólo se representan el 1, el 2, el 3 y el 4.

Números en primera plana

El método de Montecarlo

Sacuda una caja.

Las 100 fichas se distribuyen al azar.

Cuente aquellas que se encuentren dentro de la forma dibujada.

Multiplique este número por 4 y tendrá una estimación de la superficie de las formas en centímetros cuadrados.

Si mezcló bien, la cantidad de fichas distribuidas sobre una forma es proporcional a la superficie de ésta. Sin embargo el cuadrado tiene 400 cm^2 para 100 fichas. Si encuentra 78 fichas en el disco, una regla de tres da 78 x 400 dividido por 100 = **312**.
Y la superficie del disco es de aproximadamente**... 314 cm^2.**

Hablamos de "método de Montecarlo" en referencia al casino, ya que aquí se utiliza el azar para realizar un cálculo.

El método de Montecarlo

Dos tableros de Galton de una fila

Gire la rueda y **observe** el número de bolas que caen de un lado o del otro...

En uno de los tableros, el perno sobre el que las bolas rebotan no está bien centrado

¿cuál?

Con una sola bola, sería necesario repetir el experimento un gran número de veces para lograr una tendencia. Utilizar un gran número de bolas permite tener una respuesta inmediata e incluso una idea bastante precisa de la probabilidad para cada bola de ir a un lado o al otro.

Éste es el interés de la ley de los grandes números: **pasar de la noción de probabilidad a la de proporción.**

Dos tableros de Galton de una fila

Ley de los grandes números

« El azar sólo es caprichoso jugada tras jugada. »

Michel Serres y Nayla Farouki

Le Trésor, artículo "Ley de los grandes números"

Ley de los grandes números

Recuento

?/¿

Para calcular una probabilidad, hay que contar sin equivocarse los números de casos favorables y posibles. ¡No siempre es fácil!

Si juega 10 veces sin parar a cara o cruz, cada lanzamiento tiene dos resultados posibles sin relación con los lanzamientos anteriores. Por lo tanto hay **2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2** resultados posibles.

Baraje un juego de 32 naipes. El primer naipe (uno de 32) va seguido indiferentemente por uno de los 31 naipes restantes. El segundo, de uno de los 30 naipes restantes. El número de órdenes posibles es por lo tanto **32 x 31 x 30 x 29 [x etc.] x 1.**

¿Cuánto equipos de 11 jugadores se pueden formar a partir de un grupo de 22? ¡Es más difícil de calcular! Por lo tanto se trata de "combinaciones", que se encuentran en el triángulo de Pascal, no lejos de aquí...

!/¡

Recuento

Cien billones de poemas

Gire cada uno de los 14 rodillos sobre los cuales están impresos 10 versos y componga su soneto.

Raymond Queneau escribió estos textos de modo que todos los encadenamientos sean posibles desde el punto de vista de la sintaxis y de la rima.

¿Hay de verdad 100 billones de poemas posibles?

¡Tiene ante usted la replica de la mayor recopilación de poesía* jamás escrita!

Para un soneto de 14 versos, tenemos 10 primeros versos posibles. Luego 10 segundos versos posibles, y así sucesivamente, siendo cada elección independiente de las elecciones anteriores.
Esto da 10^{14}, lo que representa **100 billones de poemas.**

**Raymond Queneau, Cent mille milliards de poèmes © Éditions Gallimard, 1961*

Cien billones de poemas

Música para tocar

Componga una obra musical única lanzando los dados. Cada una de las 16 medidas de la melodía se sorteará entre una lista de 176 medidas según un proceso bien definido. **Lance** usted mismo 16 veces los dos dados e **introduzca** los números obtenidos en el ordenador; ¡o **déjelo elegirlos** completamente al azar!

El número de melodías posibles es gigantesco: **759 499 667 166 482.**

¡Tiene todas las probabilidades de ser la primera persona en escuchar este fragmento de música!

Para este fragmento de 16 medidas, tenemos 11 primeras medidas posibles. Luego 11 segundas medidas posibles, y así sucesivamente, siendo cada elección independiente de las elecciones anteriores.

Esto daría 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 x 11 (11^{16}), si Mozart no hubiese introducido pequeñas variantes.

Wolfgang Amadeus Mozart imaginó este experimento (1756-1791).

Música para tocar

El triángulo de Pascal

Este triángulo muy conocido permite resolver varios problemas de enumeración. **Obsérvelo:** cada número es la suma de los dos números que se encuentran inmediatamente encima de él.

¿Cuál es su relación con el tablero de Galton cercano?

Gire todos los cubos que llevan un número par.

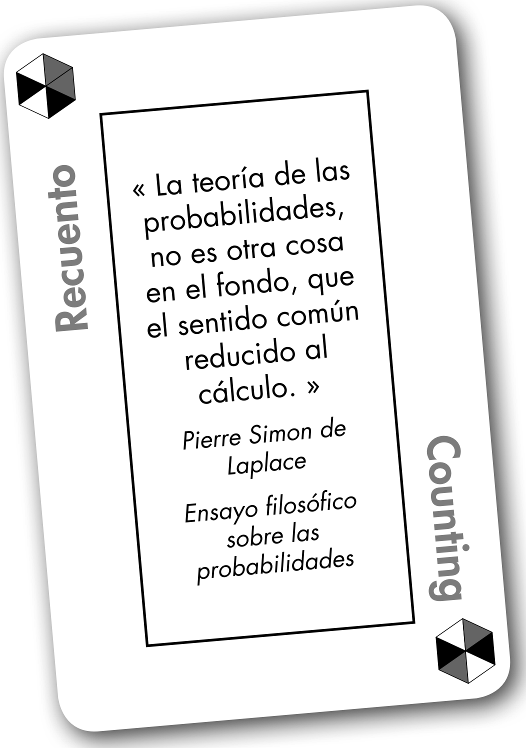
¿Qué observa?

Encontramos en cada cubo el número de caminos que llevan a él desde arriba, bajando piso por piso de un cubo hacia uno de sus dos vecinos de abajo.

¡Lo que recuerda mucho al tablero de Galton!

Curiosidad de este triángulo: los números pares están dispuestos según un esbozo de triángulo de Sierpinski, un fractal bien conocido.

El triángulo de Pascal



Estadísticas

?/¿

Las estadísticas tratan de enormes masas de datos, de la edad al número de habitantes, pasando por los hábitos de compra. ¿Cómo representar estos datos de manera pertinente? ¿Extraer información de ellos? ¿Realizar previsiones? ¿Cómo detectar una anomalía?

Uno de los métodos consiste por ejemplo en comparar una observación con un modelo aleatorio teórico. Así fue como la ley de Benford permitió detectar a los defraudadores.

Los sondeos son una rama de las estadísticas. Se procede igual que para probar una sopa: se mezcla, se toma una muestra suficientemente grande... y a veces nos equivocamos. Basta con caer en el único clavo de olor para hacerse una idea totalmente falsa del sabor de la sopa.

!/¡

Estadísticas

Los caramelos

Coloque uno de los cuadros sobre la imagen llena de caramelos y cuente los que están dentro.

Debido a que la superficie delimitada por este cuadro es 200 veces más pequeña que la de la imagen, al multiplicar el número encontrado por 200 puede dar una estimación del número de caramelos que figuran en la imagen.

Este método de recuento se utiliza para estimar un número muy grande de individuos. Número de manifestantes, por ejemplo, o número de flamencos rosados al borde de un lago... Funciona bien aquí, ya que los caramelos llenan la imagen uniformemente.

Resulta más complicado para manifestantes, animales o estrellas, que pueden formar paquetes y dejar vacíos: **¿cómo elegir entonces la muestra que debe contarse?**

Los caramelos

¿Cuántos peces?

Imagínese que la esfera contiene peces de los cuales 400 están marcados en verde

¿Cuántos peces hay en total en el bocal?

Gire la esfera.

Examine las bolas que ha "pescado".

Gracias a esta muestra, estime el número total de bolas

Este método es utilizado por los científicos para contar poblaciones de animales.

¡Pero sólo es una estimación!

Si vuelve a comenzar el experimento, verá variar el número de bolas en la muestra. De allí el famoso margen de error que todo sondeo honesto tiene el deber de indicar.

¿Cuántos peces?

Una buena muestra

¿Cuántos personajes azules hay?

En lugar de contarlos todos, realice un sondeo. **Tome** una muestra: **coloque** una de las dos rejillas sobre los personajes y **cuenta** aquellos que son visibles. **Vuelva a comenzar** con la otra rejilla.

¿Las dos muestras le parecen de la misma calidad?

Se debe tomar una buena muestra después de haber mezclado bien toda la población.

Pregunte sobre sus opiniones políticas a los asiduos de un mercado provincial una mañana entre semana o a los de un café parisiense un sábado por la noche: el resultado no será el mismo.

Aquí, sólo una de las rejillas representa una buena muestra.

Una buena muestra

¡Todos sobre la curva!

¿Usted es un adulto?
Pegue un adhesivo después de los otros en la línea correspondiente a su tamaño.

¿Tiene menos de 18 años?
Colóquelo en la columna correspondiente a su edad.

Observe el resultado obtenido desde el inicio de la exposición (6 de diciembre de 2016)…

¿Qué ve?

Los resultados de menores de 18 años deberían formar una curva de crecimiento, como en las cartillas sanitarias.

Y los resultados de los adultos una "curva en campana", llamada curva de Gauss: muchos en torno al tamaño medio, pocos que se alejan claramente; la lotería genética explica ampliamente esta observación (ver el tablero de Galton).

¡Todos sobre la curva!

¿Azar?

?/¿

Se encuentra frente a una larga serie de cifras: ¿se les ha elegido al azar?

Si es el caso, las cifras deben aparecer más o menos a la misma frecuencia.
Pero esto no basta: la secuencia "0123456789 **01234567890**" no tiene nada de aleatoria.

Profundicemos la idea: los paquetes de dos cifras, de 00 a 99, también deben aparecer a la misma frecuencia, así como los paquetes de tres, cuatro, etc., cifras.

Pero la secuencia "**0123456789101112** 13**141516171819202122**" en absoluto aleatoria, pasa fácilmente todas estas pruebas.

Conclusión: no es tan fácil rastrear el "falso azar".

!/¡

¿Azar?

La rueda de lluvia

Gire la rueda.

Al caer al azar, las bolas hacen un ruido similar a un chubasco ligero. Este ruido recuerda el de los “bastones de lluvia”, unos tubos largos llenos de pequeñas piedras.

En las regiones áridas del norte de Chile, durante las ceremonias de la lluvia, los indios utilizan bastones hechos de ramas secas de cactus para imitar este sonido.

¿Qué sucede cuando se superpone un gran número de señales aleatorias (aquí los sonidos de las bolas que caen)**?**

El resultado no se asemeja en nada, salvo a lo que se llama un “ruido blanco”, compuesto de una mezcla aleatoria de todas las frecuencias sonoras. El equivalente visual es la “nieve” de la pantalla de un antiguo televisor que no recibe ninguna cadena.

La rueda de lluvia

Poema sinfónico, Gyorgy Ligeti, 1962

Al inicio del vídeo, no se nos muestra ningún orden, la regularidad de cada metrónomo no se percibe de ninguna manera.

Una constatación sorprendente: se podría decir incluso que se trata de golpeteos perfectamente aleatorios. Cuando ya no queda casi ninguno, termina por escucharse la regularidad de cada uno (los tres últimos metrónomos evocan el ritmo de las campanas de iglesia).

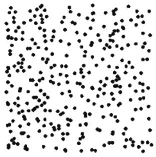
Una nueva prueba de que un orden absoluto puede parecerse al azar.

Poema sinfónico, Gyorgy Ligeti, 1962

Curiosidades

?/¿

Tome un puñado de granos de arroz e intente repartirlos "al azar". Al querer colocarlos por todas partes, obtendrá más o menos esto:



Láncelos verdaderamente al azar. El resultado será más parecido a esto:

El primer resultado, demasiado regular, evoca gravas bien rastrilladas. En realidad el azar produce "paquetes". Igualmente en el tiempo: cuando se lanza una moneda, se tiene una probabilidad sobre 2 de obtener cruz. Sin embargo parecería muy extraño obtener exactamente cruz, cara, cruz, cara, cruz, cara. Y la crecida centenaria del Sena llega en promedio una vez cada cien años, y no exactamente cada cien años.

Así que no hay ninguna "ley de las series", por lo tanto es perfectamente normal observar regularmente series de catástrofes... a priori sin relación entre sí.

!/¡

Curiosidades

Rojo y azul aleatoriamente

Intente formar una secuencia aleatoria de dos colores.

Un consejo: no cambie los colores de forma demasiado rara, ni demasiado a menudo.

¿Piensa que es un buen creador de azar?

Difícil de imitar el azar…

¿Sabía que existe aproximadamente un 80% de probabilidades en dicha sucesión aleatoria de obtener al menos una serie de 5 rojos o de 5 azules**?**

¿Que hay casi un 90% de probabilidades de no obtener exactamente 25 rojos y 25 azules**?**

Nuestra percepción intuitiva del azar no incluye dichos desequilibrios.

Rojo y azul aleatoriamente

¿Idénticos?

Sobre cada una de las 6 ruedas se encuentran 16 formas coloreadas. **Gire** las ruedas y espere que todas se inmovilicen.

Observe los 6 símbolos alineados bajo la barra negra: **¿ve varias formas idénticas y del mismo color?**

Repita el experimento.

Calculemos la probabilidad de que todos los símbolos sean diferentes: la segunda rueda debe pararse sobre uno de los 15 símbolos diferentes de la primera, la tercera sobre uno de los 14 restantes, etc.

Por lo tanto el cálculo es 15 x 14 x 13 x 12 x 11/16^5, y es inapelable: en aproximadamente 2 de cada 3 veces, al menos dos símbolos serán idénticos.

Este elemento retoma la idea de la "paradoja de los cumpleaños": la probabilidad de que dos personas tengan la misma fecha de cumpleaños en un grupo de 23 personas supera un 50%.

Identical?

La búsqueda del calcetín

En esta caja se encuentran 10 calcetines negros y 10 azules.

¿Cuánto hay que sacar para estar seguros de obtener un par combinado**?** ¿Y un par disparejo**?**

Piense en "el principio de los cajones": si hay más objetos para guardar que cajones donde guardarlos, uno de éstos contendrá más de un objeto.

Los cajones son aquí los dos colores: a partir del tercer calcetín sacado, uno de los dos contará con al menos dos calcetines.

Pero será necesario sacar 11 para estar seguros de tener 2 calcetines diferentes. Los cajones son entonces los calcetines de un mismo color.

Gracias a otros cajones, sabemos que existen al menos 2 parisienses que tienen exactamente el mismo número de cabellos.

La búsqueda del calcetín

Los cumpleaños

Sortee 23 fechas de cumpleaños con la ayuda de las ruedas.

¿Cayó al menos dos veces en la misma fecha**?**

¿Cuál es la probabilidad de que esto se produzca**?**

¡Cuidado de no confundir las preguntas**!**

Si es muy poco probable que en un grupo de 23 personas, una de ellas tenga el mismo cumpleaños que usted, la probabilidad de encontrar dos personas, cualesquiera que sean, que tengan el mismo cumpleaños, es algo **más de una probabilidad sobre 2**.

¡Y pasa casi a **9 sobre 10** probabilidades para un grupo de **40 personas!**

Los cumpleaños

¿Quién quiere ganar un coche?

Este juego exige dos participantes: el animador y el candidato.

1. El animador oculta un coche para ganar detrás una de las tres puertas.

2. El candidato designa una puerta. El animador abre una puerta diferente de la designada y que no oculta ningún coche.

El candidato puede mantener su elección o cambiar de puerta.

¿Qué debe hacer?

Da igual, siguen quedando dos puertas, ¿por lo tanto una probabilidad sobre 2?

¡Pues no!

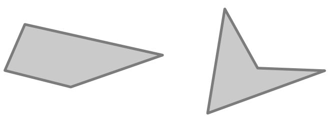
Decida cambiar: si la primera elección era la correcta, lo que sólo tiene una probabilidad sobre 3 de producirse, esto le hará perder.

Pero si era la incorrecta, lo que sucede 2 de cada 3 veces, el animador no tiene opción para elegir la puerta a abrir ¡y designa indirectamente la puerta correcta!

¿Quién quiere ganar un coche?

Un poco de orden

Sacuda la caja. Entre las 5 fichas, ¿ve 4 en los vértices de un cuadrilátero convexo (sin ángulo entrante)?

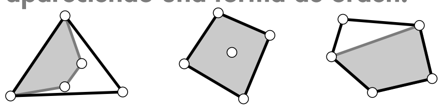


© Guillaume Reuiller/Universcience

El cuadrilátero de la izquierda es convexo, el de derecha no.

Vuelva a hacer el experimento. ¿Es muy frecuente?

Cinco puntos no alineados forman al menos siempre un cuadrilátero convexo. Rodeemos los 5 puntos por un elástico tensado: forma una figura de **3**, **4** ó **5** lados. Y siempre se podrá deducir el cuadrilátero buscado. **Incluso en un mundo aleatorio, puede terminar apareciendo una forma de orden.**



El trazo negro representa un elástico que envuelve los 5 puntos. El trazo gris representa el cuadrilátero convexo buscado.

A little order over here

El reto de las abejas

Llene al azar esta bandeja con fichas anaranjada y azules.

¿Existe un camino azul que atraviese esta bandeja de este a oeste?

¿Cuál es la probabilidad de que aparezca?

Puede verificarlo: la existencia de dicho camino prohíbe la de un camino anaranjado de norte a sur. Y su ausencia, por el contrario, impone un camino anaranjado. Sin embargo, la bandeja es simétrica para los dos colores.

Por lo tanto la respuesta es simple: con igual cantidad de fichas de ambos colores, hay exactamente una probabilidad sobre dos que exista dicho camino.

Este tipo de problema sirve para modelizar los fenómenos de percolación (atravesamiento de un medio poroso).

El reto de las abejas

Curiosidades

« Imaginemos que hemos amaestrado un millón de monos para golpear al azar las teclas de una máquina de escribir y que estos monos mecanógrafos trabajan arduamente diez horas al día con un millón de máquinas de escribir […].

Curiosidades

Curiosidades

Al cabo de un año, [sus] volúmenes contendrían la copia exacta de los libros de cualquier tipo y de todos los idiomas conservados en bibliotecas más ricas del mundo. »

Émile Borel,

« Mecánica estadística e irreversibilidad » Journal de Physique, 1913

Curiosidades

Teoría del caos

?/¿

¿Prever la trayectoria de una bola de flipper?

En a práctica es imposible. Sin embargo, ésta se calcula muy bien en teoría. Pero una divergencia insignificante de emplazamiento o de ángulo implica, después de algunos rebotes, trayectorias extremadamente diferentes. Para poder predecir, sería necesario conocer entonces las condiciones iniciales con una precisión infinita, lo que es imposible.

Esta "fuerte sensibilidad a las condiciones iniciales" es característica de los fenómenos llamados caóticos.

Quedan las probabilidades o las estadísticas: la trayectoria de una bola en el billar de abajo es imprevisible, pero la imagen obtenida al modificar las condiciones iniciales sería muy cercana.

Del mismo modo, el tiempo es imprevisible a mediano plazo, pero se puede intentar prever el clima en cien años.

!/¡

Teoría del caos

Dobles péndulos caóticos

Con la ayuda de los pequeños botones situados en el borde, **suba** ambos péndulos a la altura que desee, **y luego suéltelos.**

Los dos péndulos son exactamente idénticos.
¿Arrancan de la misma forma?
¿Y en un tiempo más largo?

Una diferencia muy ligera de posición o de velocidad en el arranque se vuelve rápidamente más importante, y luego francamente enorme, hasta el punto que las trayectorias parecen ya no tener nada en común.

Resulta imposible obtener dos veces el mismo resultado para estos péndulos caóticos.

El doble péndulo es un ejemplo simple de "gran sensibilidad a las condiciones iniciales".

Dobles péndulos caóticos

El flipper

Coloque la bola sobre el lanzador, tire del pasador y suelte.

¿Piensa que puede hacer bajar la bola dos veces seguidas a la misma casilla?

¿Hacerle seguir dos veces seguidas un camino idéntico o casi?

En un flipper virtual, parecido a lo que se propone en el terminal vecino, obtener dos trayectorias idénticas sería posible. Pero en un flipper real, resulta imposible reproducir exactamente el mismo lanzamiento. Sin embargo, cada encuentro con un obstáculo vuelve mayor una pequeña diferencia inicial.

Rápidamente, dos trayectorias casi idénticas se vuelven muy diferentes.

Este experimento ilustra la "gran sensibilidad a las condiciones iniciales".

El flipper

El flipper virtual

Fabrique su propio flipper eligiendo el radio y el emplazamiento de los tres discos, así como la posición y la dirección iniciales de una bola de la que sólo se ve la trayectoria.

Coloque el punto de partida en el interior de un disco. **¿Qué ocurre?**

Deslice allí un pequeño pedazo de otro disco.

¿Qué ocurre con la trayectoria? ¿Y si desplaza ligeramente el punto de partida?

El flipper virtual

Si el punto de partida está dentro de un disco, la trayectoria es regular y poco sensible a las condiciones iniciales. Al deslizar otro disco dentro del primero, la trayectoria, aunque sigue siendo previsible, se vuelve muy compleja, y una pequeña variación inicial la hace cambiar completamente.

En la práctica, ya no hay previsión posible, la situación se ha vuelto caótica.

El péndulo virtual

Elija la longitud de los dos fragmentos del péndulo, así como la intensidad y la dirección de la fuerza de gravitación.

¿Logra obtener un movimiento no caótico?

El péndulo virtual

Lo más fácil es suprimir el segundo fragmento superponiendo los puntos verdes y rojos.

El péndulo se vuelve simple y su movimiento muy regular: oscilaciones periódicas o círculo completo en función de la fuerza de gravitación. Una pequeña perturbación no cambiará entonces mucho.

Pero lo más divirtiendo es por supuesto observar movimientos más complejos.

Curiosidades

> Rojo y azul aleatoriamente
> ¿Idénticos?
> La búsqueda del calcetín
> Los cumpleaños
> ¿Quién quiere ganar un coche?
> Un poco de orden
> La lotería del diamante

Probabilidades

> El segundo siempre es el primero
> La serpiente de dados
> Los dados rojos
> 1 sobre 10.000
> Formas en la niebla
> Mensaje secreto

> La ruleta

> Coleccionista de números
> Dados cargados
> Minipoly
> ¡No los mismos colores!
> Los dados de Sicherman
> Azul, amarillo, verde

Teoría del caos

> Dobles péndulos caóticos
> El flipper
> El flipper virtual
> El péndulo virtual

Estadísticas

> Los caramelos
> ¿Cuánto peces?
> Una buena muestra
> ¡Todos sobre la curva!

> El reto de las abejas

Recuento

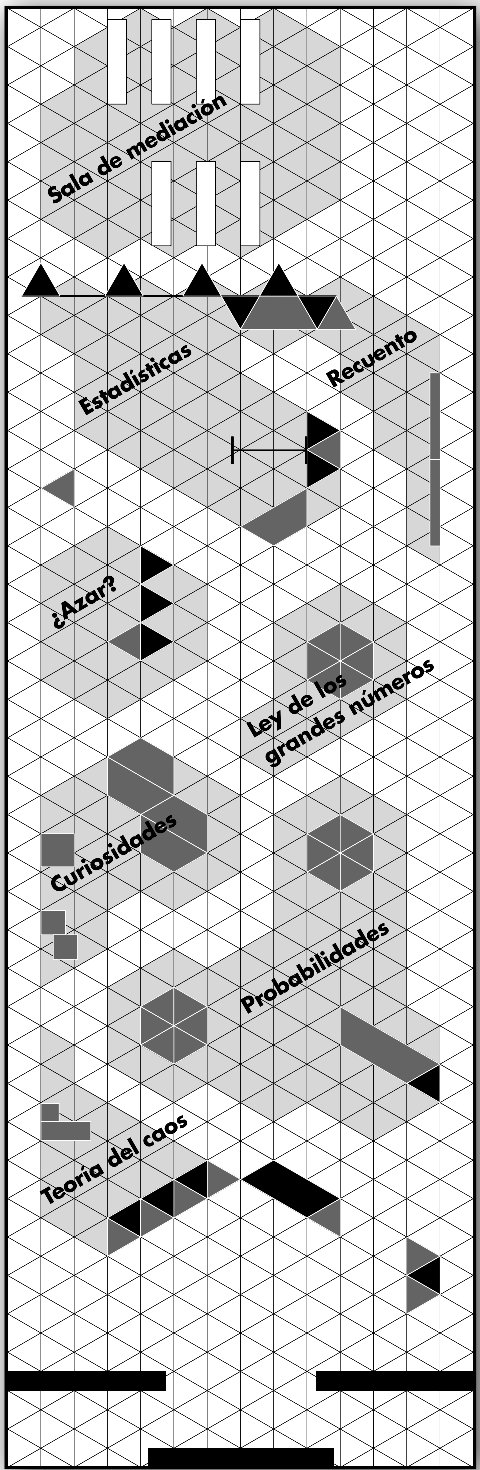
> Un billón de poemas
> Música para tocar
> El triángulo de Pascal

¿Azar?

> La rueda de lluvia
> Poema sinfónico

Ley de los grandes números

> ¡Rompa el código!
> El tablero de Galton
> Números en primera plana
> El método de Montecarlo
> Dos tableros de Galton de una fila


Sala de mediación
Estadísticas
Recuento
¿Azar?
Ley de los
grandes números
Curiosidades
Probabilidades
Teoría del caos

Mathematikum

?/¿

En 2002, durante la inauguración del **Mathematikum** de GieBen, el Presidente de la República Federal de Alemania, Johannes Rau, declaraba:

« Las matemáticas pueden ser divertidas. Aquí me he dado cuenta de ello. »

Desde entonces, el éxito de este museo interactivo es inmenso: **150.000** visitantes al año. **Burbujas de jabón XXL, puzzles, experimentos, etc., ¡se puede tocar! « Experimentar, reflexionar y asimilar uno mismo »**: sobre **12.000** m^2, **170** objetos lúdicos se ofrecen a los pequeños y a los grandes, a los aficionados de las matemáticas y a los que las odian, para permitirles familiarizarse con una ciencia tan cautivante como antigua.

Esta "success story" comenzó en 1994 con una exposición itinerante que aún viaja hoy en día, **actualizada constantemente por los estudiantes de matemáticas de la Universidad de GieBen.**

En 2014, el Mathematikum lanza la exposición itinerante **"Random bits"**, que se le presenta aquí, adaptada y enriquecida por el **Palais de la découverte.**

!/¡

Mathematikum

Museo de historia de las ciencias de Ginebra

?/¿

Único en su clase en Suiza, el **Museo de historia de las ciencias** alberga una colección de instrumentos científicos, antiguos provenientes de los gabinetes de los científicos ginebrinos del siglo XVII al siglo XIX (Saussure, Pictet de la Rive, Colladon, etc.). Testigos de la historia de Ginebra, estos objetos pertenecen a la historia de las ideas. Permiten comprender mejor la evolución de disciplinas y técnicas como **la astronomía, la microscopía, la gnomónica, la electricidad o la meteorología.**

Creado por un grupo de apasionados, inaugurado en 1964, desde 2015 el museo integra el Museo de historia natural. Ocupa la villa Bartholoni, joya neoclásica de 1830 situada en el parque de La Perle-du-Lac, a bordo del Lago Leman.

Aquí figuran seis presentaciones originales de este museo, desarrolladas en 2012 con la **sección de matemáticas de la Universidad de Ginebra** para la exposición **"¡La suerte está echada! Azar y probabilidades".**

!/¡

Museo de historia de las ciencias de Ginebra

Juegos de azar y adicción

?/¿

El azar se nos escapa, y esto es lo que da el gusto por juegos en los que desempeña una función.

Que se tenga **una** probabilidad sobre **diez**, sobre **cien** o sobre un **millón** de ganar, el suspenso conserva su encanto. A condición de conservar la razón y no desafiar compulsivamente al azar, ya que es el amo del juego.

Jugar, en particular dinero, debe continuar siendo una práctica recreativa y razonada.

La adicción a los juegos de azar es un riesgo. Esta es la razón por la que se han establecido políticas de prevención por las autoridades públicas, las asociaciones y los profesionales, que pueden ayudar a aquellos para quienes el azar se ha convertido en una trampa.

!/¡

Juegos de azar y adicción